



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
CÂMPUS ANÁPOLIS DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA

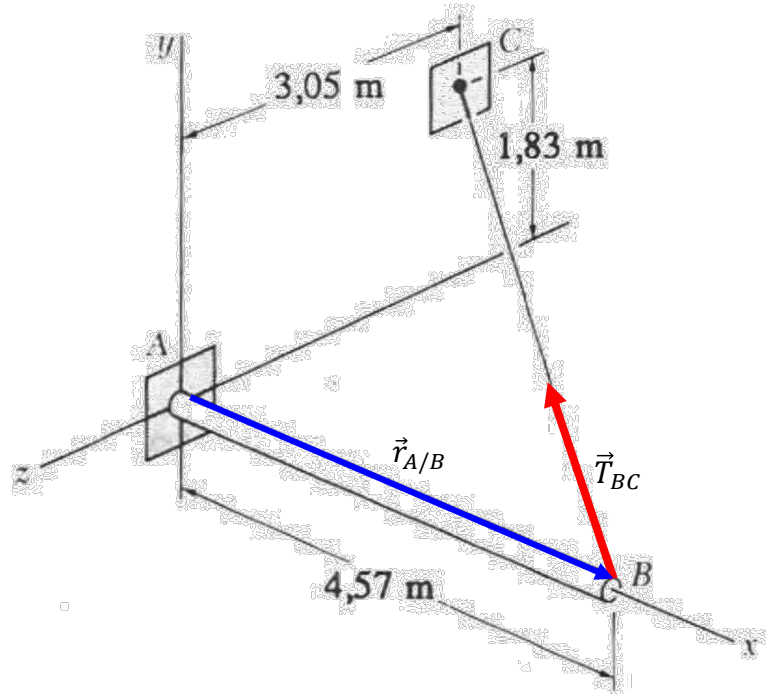
Capítulo 03: Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Prof. Ródney Couto, Msc.
rodneycouto@agricola.eng.br

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Momento de uma Força em relação a um ponto

Exemplo: O mastro AB de 4,57 m tem uma extremidade fixa A . Um cabo de aço é esticado da ponta livre B até o ponto C de uma parede vertical. Se a tração no cabo é de 2535 N, determine o momento em relação a A da força aplicada pelo cabo em B .



$$\vec{r}_{A/B} = \overrightarrow{AB} = B - A = (4,57; 0; 0)$$

Coordenadas dos Pontos

$$A (0; 0; 0)$$

$$B (4,57; 0; 0)$$

$$C (0; 1,83; -3,05)$$

$$\vec{T}_{BC} = T_{BC} \cdot \vec{u}_{BC} = T_{BC} \cdot \frac{\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BC}\|}$$

$$\vec{T}_{BC} = 2535 \frac{(-4,57; 1,83; -3,05)}{\sqrt{(-4,57)^2 + (1,83)^2 + (-3,05)^2}}$$

$$\vec{T}_{BA} = (-2000,50\vec{i} + 801,07\vec{j} - 1335,12\vec{k})N$$

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Momento de uma Força em relação a um ponto

Exemplo: O mastro AB de 4,57 m tem uma extremidade fixa A . Um cabo de aço é esticado da ponta livre B até o ponto C de uma parede vertical. Se a tração no cabo é de 2535 N, determine o momento em relação a A da força aplicada pelo cabo em B .

$$\vec{T}_{BA} = (-2000,50\vec{i} + 801,07\vec{j} - 1335,12\vec{k})N \quad \vec{r}_{A/B} = \overrightarrow{AB} = B - A = (4,57; 0; 0)$$

$$\vec{M}_A^{T_{BC}} = \vec{r}_{A/B} \times \vec{T}_{BC}$$

Em módulo

$$\vec{M}_A^{T_{BC}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4,57 & 0 & 0 \\ -2000,50 & 801,07 & -1335,12 \end{vmatrix}$$

$$M_A^{T_{BC}} = \sqrt{(6101,50)^2 + (3660,89)^2}$$

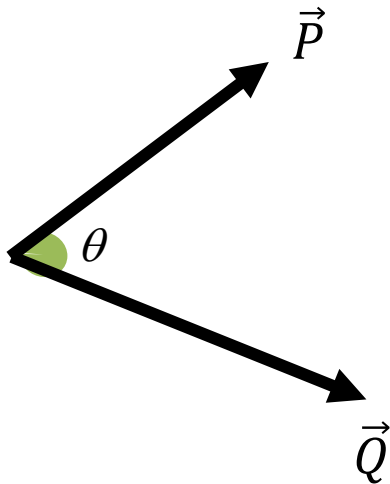
$$M_A^{T_{BC}} = 7115,50 \text{ N.m}$$

$$\vec{M}_A^{T_{BC}} = (+6101,50\vec{j} + 3660,89\vec{k}) \text{ N.m}$$

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Produto escalar de dois vetores

- O produto escalar de dois vetores $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ é definido como sendo o produto dos módulos de $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ pelo co-seno do ângulo θ formado por $\vec{P}$ e $\vec{Q}$.
- O produto escalar de $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ é representado por $\vec{P} \cdot \vec{Q}$



$$\vec{P} = P_x \vec{i} + P_y \vec{j} + P_z \vec{k}$$

$$\vec{Q} = Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j} + Q_z \vec{k}$$

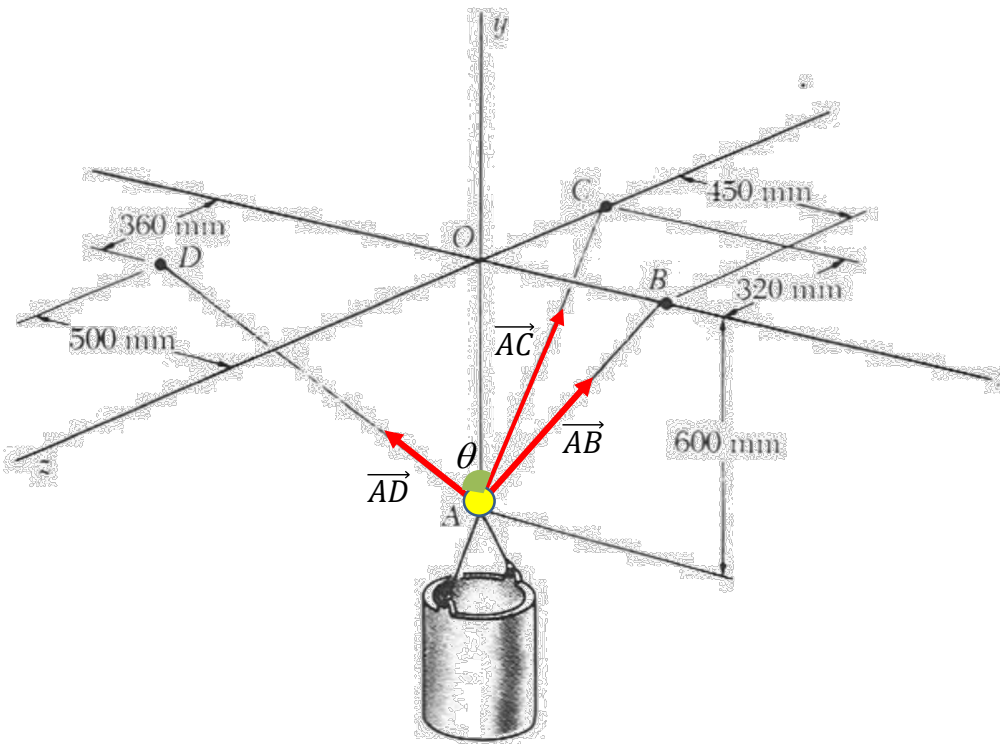
$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = \|\vec{P}\| \cdot \|\vec{Q}\| \cdot \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z}{\|\vec{P}\| \cdot \|\vec{Q}\|}$$

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Produto escalar de dois vetores

Exercício: Três cabos são utilizados para sustentar um recipiente, como ilustrado. Determine o ângulo formado pelos cabos AC e AD .



Coordenadas dos Pontos

$$O (0 ; 0 ; 0)$$

$$A (0 ; -0,60 ; 0)$$

$$B (0,45 ; 0 ; 0)$$

$$C (0 ; 0 ; -0,32)$$

$$D (-0,50 ; 0 ; 0,36)$$

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Produto escalar de dois vetores

Exercício: Três cabos são utilizados para sustentar um recipiente, como ilustrado. Determine o ângulo formado pelos cabos AC e AD .

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (0; 0; -0,32) - (0; -0,60; 0) = (0; 0,60; -0,32)$$

$$\overrightarrow{AD} = D - A = (0; 0; -0,32) - (0; -0,60; 0) = (-0,50; 0; 0,36)$$

$$\cos \theta = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}}{\|\overrightarrow{AC}\| \cdot \|\overrightarrow{AD}\|} = \frac{(0; 0,60; -0,32) \cdot (-0,50; 0; 0,36)}{\sqrt{(0,60)^2 + (-0,32)^2} \cdot \sqrt{(-0,50)^2 + (0,60)^2 + (0,36)^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{0,2448}{0,5848} = 0,4186$$

$$\theta = \cos^{-1} 0,4186$$

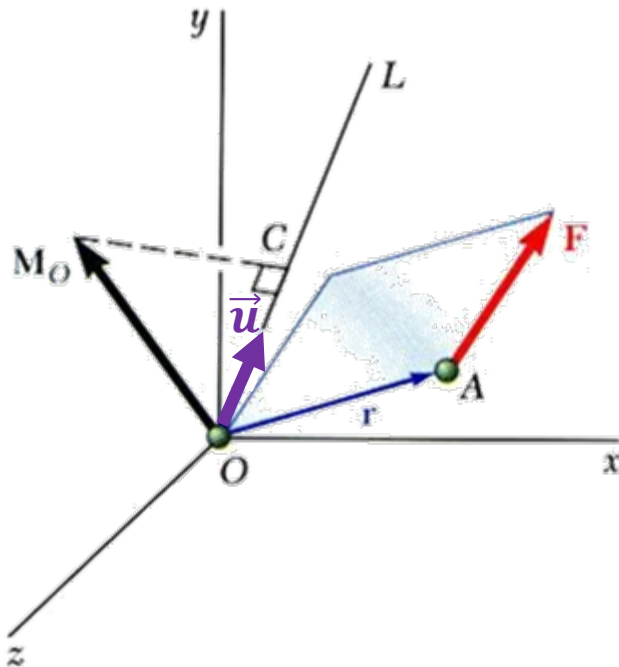
Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Momento de uma Força em relação a um eixo dado

- Momento $\vec{M}_O^F$ de uma força $\vec{F}$ aplicada no ponto A em relação a um ponto O:

$$\vec{M}_O^F = \vec{r} \times \vec{F}$$

- O momento M_{OL}^F em relação a um eixo OL é a projeção do momento sobre esse eixo. Logo:

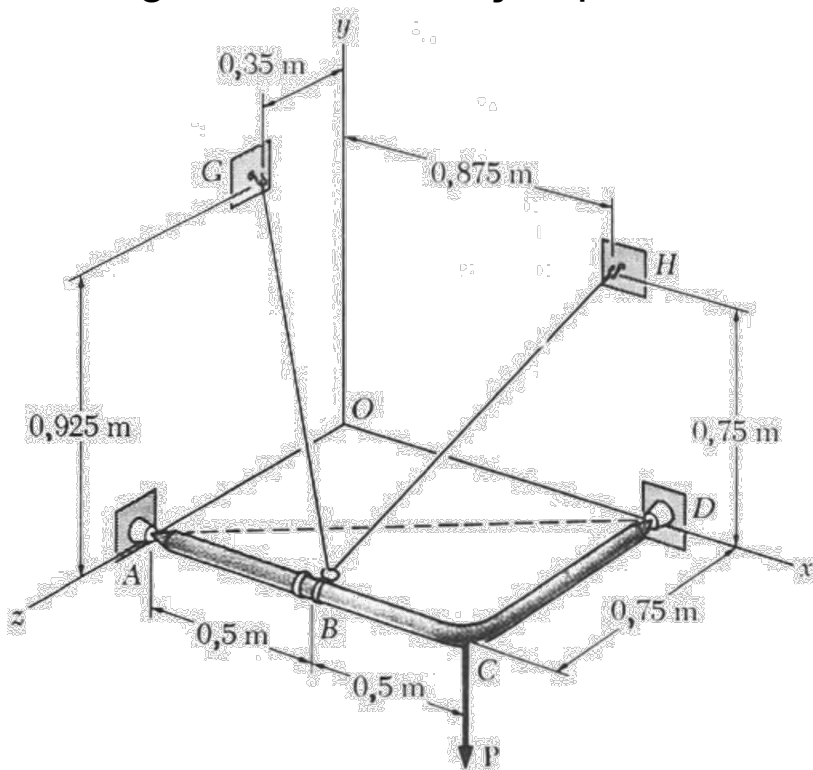


$$M_{OL}^F = \vec{u} \cdot \vec{M}_O^F = \vec{u} \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Momento de uma Força em relação a um eixo dado

- O suporte ACD está articulado em A e D e é sustentado por um cabo que passa através do anel em B e que está preso nos ganchos em G e H . Sabendo que a tração no cabo é de 450 N , determine o momento, em relação à diagonal AD , da força aplicada no suporte pelo segmento BH do cabo.





"That's all Folks!"